BAC 1998 SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1

Dans le plan orienté; ABI est un triangle équilateral tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AI}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit Ω le symétrique de B par rapport à (AI).

1/ Soit R la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en I.

a- Montrer que Ω est le centre de cette rotation.

b- Soit C = R(B). Montrer que I est le milieu du segment [AC].

2/ A tout point M de [AB] distinct de A et de B, on associe le point M′ de.[IC] tel que AM = IM′ .Montrer que le triangle $\Omega MM'$ est équilateral.

3/ Soit G le centre de gravité du triangle $\Omega MM'$ et S la similitude directe de centre Ω qui transforme M en G.

a- Préciser le rapport et l'angle de cette similitude .

b- Montrer que S(B) = I et construire le point A′ = S(A).

c- Montrer que les points I, G et A′ sont alignés.

EXERCICE 2

Soit u un nombre complexe et (E_u) l'équation :

$$z^2 - (2u - i\overline{u})z - 2iu\overline{u} = 0$$

$\overline{u}$ étant le nombre complexe conjugué de u.

1/ Résoudre, dans $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E_u).

On désignera par z′ et z″ les solutions de cette équation.

2/ On rapporte le plan à un repère orthonormé direct $\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ et on désigne par A, M, M′ et M″ les points d'affixes respectives 2i, u, z′ et z″. Soit $(\mathscr{H})$ l'ensemble des points M tels que les points A, M′ et M″ soient alignés.

a- Trouver une équations cartésienne de $(\mathscr{H})$.

b- Montrer que l'ensemble $(\mathscr{H})$ est une hyperbole dont on précisera le centre, les sommets, les foyers et les asymptotes.

c- Vérifier que $(\mathscr{H})$ passe par le point O et donner une équation cartésienne de la tangente à $(\mathscr{H})$ en O.

d- Tracer $(\mathscr{H})$.